Technische Universität Dresden
Philosophische Fakultät
Institut für Philosophie
Professur für Wissenschaftstheorie und Logik

Philosophie der Mathematik
Dr. Uwe Scheffler

Referentin: Mandy Hendel

Realismus & Nominalismus in der Mathematik

oder: was Zikaden mit Zahlen zu tun haben

Agenda

1. Realismus vs. Nominalismus
2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin
   → Unverzichtbarkeitsargument
   → Inference to the best explanation
3. Im Zikadenleben zählen Zahlen
   → Nordamerikanische Zikaden
   → Baker‘s Argument
4. Ein schlagkräftiger Einwand
5. Abschlussbetrachtung

1. Realismus vs. Nominalismus

mathematischer Realismus

"… is the doctrine that mathematical theories relate to systems of abstract objects, existing independently of us, and that the statements of those theories are determinately true or false independently of our knowledge."

(Dummett 1991, S. 301)

- Annahmen: → Existenz
  → Abstraktheit
  → Unabhängigkeit

1. Realismus vs. Nominalismus

mathematischer Realismus

- auch als (mathematischer) Platonismus bezeichnet, allerdings gegenüber Platon‘s Auffassung abzugrenzen

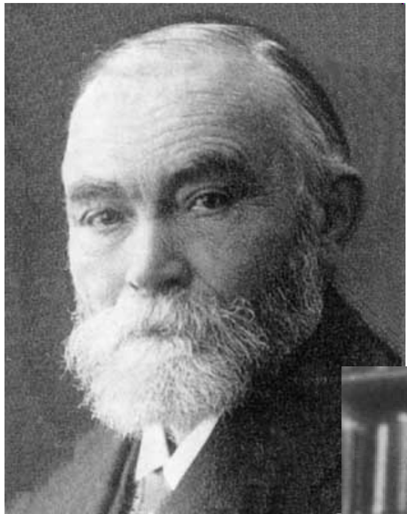
- Bedeutung für die Mathematik:

  $\longrightarrow$ Mathematik handelt von einer unabhängig existierenden Realität

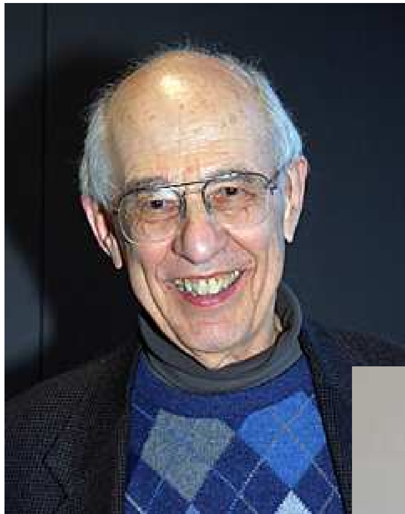
  $\longrightarrow$ Mathematik wird „entdeckt“ bzw. „gefunden“

  $\longrightarrow$ Frage nach dem Zugang unsicher

mathematischer Realismus



Gottlob Frege
(1848-1925)



Hilary Putnam
(1926*)

Kurt Gödel
(1906-1978)

Penelope Maddy

mathematischer Nominalismus

- Gegenbewegung zum mathematischen Realismus
- nominalistische Auffassungen bestreiten, dass mathematische Gegenstände „an sich“ existieren

- Bedeutung für die Mathematik:

  → Mathematik wird nicht entdeckt, sondern „gemacht“

  → Gegenstandsbereich wird konstruiert

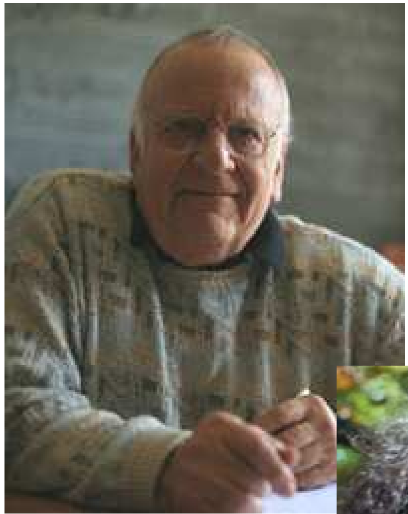
  → Mathematik in Abhängigkeit

1. Realismus vs. Nominalismus

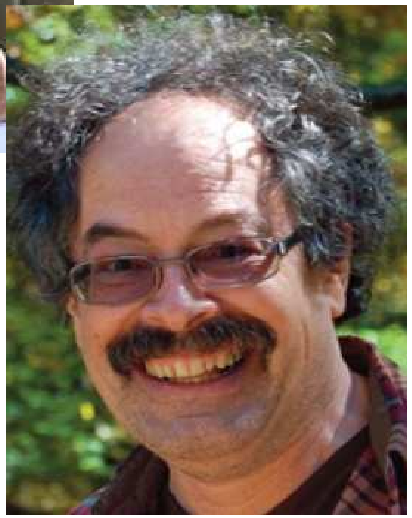
mathematischer Nominalismus

Rudolf Carnap
(1891-1970)

Willard V. Quine
(1908-2000)



Paul Benacerraf
(1931*)



Hartry Field
(1946*)

1. Realismus vs. Nominalismus

mathematischer Anti-Nominalismus

- Auffassung, dass es mathematische Gegenstände gibt

  $\longrightarrow$ Annahme von Existenz und Abstraktheit

  $\longrightarrow$ Unabhängigkeit bleibt außen vor

  $\longrightarrow$ abgeschwächter Realismus

- bspw. intuitionistische Auffassungen

2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin

- faszinierendste Eigenschaft der Mathematik ist ihre Anwendbarkeit in der empirischen Wissenschaft
- fast jeder Wissenschaftszweig stützt sich auf mathematische Entitäten
- Mathematik ist in Theoriebildung kaum wegzudenken

→ Mathematik scheint *unverzichtbar* für empirische Wissenschaften

2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin

Unverzichtbarkeitsargument (Colyvan 2011)

(P1) We ought to have ontological commitment to all (and only) the entities that are indispensable to our best scientific theories. (ontologische Verpflichtung)

(P2) Mathematical entities are indispensable to our best scientific theories. (Unverzichtbarkeit der Mathematik)

(C) We ought to have ontological commitment to mathematical entities.

2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin

- die meisten Realisten setzen sehr stark auf dieses Argument, um ihre Überzeugung in der Existenz mathematischer Entitäten zu rechtfertigen
- für viele Nominalisten reicht das Argument allein jedoch noch nicht zur Begründung aus

  → Forderung nach einem überzeugenden wissenschaftlichen Beispiel

  → mittels *inference to the best explanation*

Inference to the best explanation (IBE)

- Abduktionsschluss, mit dem eine bestimmte Hypothese gegenüber anderen ausgezeichnet wird
- Inferenzschema:

(P1) Es gibt ein erklärungsbedürftiges Ereignis (E).

(P2) Hypothese (H) erklärt E (zufrieden stellend).

(P3) Keine konkurrierende Hypothese erklärt E so gut wie H.

(C) H ist wahr.

2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin

Inference to the best explanation (IBE)

- ≠ Schluss auf *irgendeine* Erklärung
- Erklärung muss auch eine *gute* Erklärung sein
- beste Erklärung

  → die im größten Maße unser Verständnis für das Phänomen fördert

- explanatorische Werte (Wilholt 2007)

  → Umfang
  → Vereinheitlichung
  → Präzision
  → Einfachheit
  → kausaler Informationsgehalt

Folgerung

- wenn ein Ereignis (Explanandum) *am besten* durch eine Reihe von Annahmen (Explanans) erklärt werden kann,

  → dann Überzeugung, dass Explanans wahr ist

- wenn sich unter dem Explanans eine mathematische Aussage befindet, die *unverzichtbar* ist,

  → dann Überzeugung, dass mathematische Aussage ebenfalls wahr ist
  (& das enthaltene Postulat existiert)

2. Mathematik als unverzichtbare Disziplin

Folgerung

- Bedingung ist, dass Explanandum „außerhalb der Mathematik“ ist

  $\longrightarrow$ nach IBE Explanandum & Explanans wahr

  $\longrightarrow$ für mathematisches Explanandum ist Wahrheitswert allerdings fraglich

  bzw. würde petitio prinzipii zur Folge haben

3. Im Zikadenleben zählen Zahlen

nordamerikanische Zikaden (Magicicada)

- zirpende Insekten
- Familie der Singzikaden
- umfasst 7 Arten
  (im Osten der USA)

- Lebenszyklus:

Zikaden
↓
Eier
↓
Larven

13 bzw. 17 Jahre !!!

3. Im Zikadenleben zählen Zahlen

nordamerikanische Zikaden (Magicicada)

- Erklärung durch Jäger-Beute-Beziehung
  - → Zyklus zum Schutz vor Fressfeinden/Parasiten, die selbst im Mehrjahres-Rhythmus aktiv sind
  - → Primzahlzyklen kreuzen sich selten mit anderen
- mathematisches Evolutionsmodell (Markus & Schulz 2002)
  - → Simulation von zufälligen Zyklen- Änderungen
  - → Übergang von Nicht-Primzyklen in Primzyklen
  - → Primzyklen der Beute stabil

3. Im Zikadenleben zählen Zahlen

Baker‘s Argument

(P1) Einen periodischen Lebenszyklus zu haben, der Überschneidungen mit anderen minimiert, ist evolutionär vorteilhaft. (biologisches „Gesetz”)

(P2) Primzahllange Zeitintervalle minimieren Überschneidungen. (Zahlentheoretisches Theorem)

(C) Folglich werden Organismen mit periodischen Lebenszyklen primzahllange Zeitintervalle haben.

4. Ein schlagkräftiger Einwand

Explandandum- Analyse (Bangu 2008)

- ≠ rein biologisches Ereignis

‚primzahllanges Zeitintervall im Lebenszyklus der Zikade‘

→ physikalisches (biologisches) Phänomen
(Zeitintervall zwischen 2 aufeinander folgenden Generationen)

→ Konzept, unter dem das physikalische Phänomen fällt (Zeitintervall im Lebenszyklus, in Jahren)

→ ein damit verbundener mathematischer Gegenstand (eine dem Konzept zugeschriebene Zahl)

→ eine mathematische Eigenschaft der beteiligten Zahl (Eigenschaft: eine Primzahl zu sein)

4. Ein schlagkräftiger Einwand

Explandum- Analyse (Bangu 2008)

- Explanandum besteht u. a. aus einer mathematischen Eigenschaftszuschreibung

  ⟶ dem Konzept (Zeitintervall im Lebenszyklus der Zikaden, in Jahren) wird die Eigenschaft zugeschrieben, eine Primzahl zu sein

  ⟶ kann nur gelten, wenn es ein mathematisches Objekt gibt, auf dem diese Eigenschaft zu trifft

- Explanandum enthält einen mathematischen Anteil

  ⟶ *petitio prinzipii*

5. Abschlussbetrachtung

was bleibt ist ein Dilemma

- um eine mathematische Bedingung unter dem Explanans zu haben, brauchen wir Explanandum mit integrierten mathematischen Anteil

  → bei Annahme des mathematischen Anteils als *wahr* folgt petitio prinzipii

  → bei Annahme des mathematischen Anteils als *nicht wahr*, ist IBE nicht anwendbar

Literaturverzeichnis

- Bangu, Sorin Ioan (2008):
  Inference to the best explanation and mathematical realism. In: Synthese 160, S. 13-20.
- Colyvan, Mark (2011):
  Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics. Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: http://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis/ – letzter Zugriff am 17.06.11.
- Dummett, Michael (1991):
  Frege: Philosophy of Mathematics. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Linnebo, Øystein (2009):
  Platonism in the Philosophy of Mathematics. Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: http://plato.stanford.edu/entries/platonism-mathematics/ – letzter Zugriff am 29.05.11.
- Markus, Mario (2002):
  Im Zikadenleben zählen Zahlen. In: Max Planck Forschung – das Wissenschaftsmagazin der Max Planck Gesellschaft 1, S. 4-5.
- Saatsi, Juha T. (2007):
  Living in Harmony: Nominalism and the Explanationist Argument for Realism. In: International Studies in the Philosophy of Science 21 (1), S. 9-33.
- Wilholt, Torsten (2007):
  Logik II (Argumentationstheorie), Uni Bielefeld, Vorlesungsskript Sommersemester 2007. URL: http://www.uni-bielefeld.de/philosophie/personen/wilholt/lehre/Arg2007.pdf – Download vom 21.06.11.